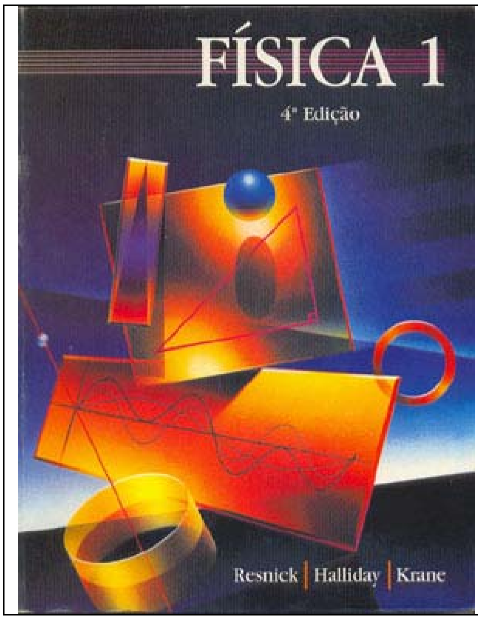
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA
Prof. Anderson Coser Gaudio
Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo
http://www.cce.ufes.br/anderson
anderson@npd.ufes.br **Última atualização: 17/07/2005 08:11 H**



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

Capítulo 6 - Dinâmica da Partícula

Problemas

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73							

Problemas Resolvidos

09. Uma força horizontal F de 53 N empurra um bloco que pesa 22 N contra uma parede vertical (Fig. 26). O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco é 0,60 e o coeficiente de atrito cinético é 0,40. Considere o bloco inicialmente em repouso. (a) O bloco começará a se mover? Qual é a força exercida no bloco pela parede?

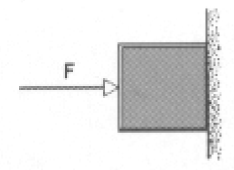
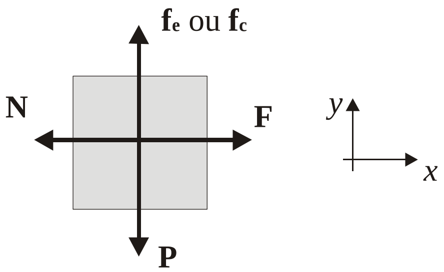


Fig. 26 Problema 9.

(Pág. 116)

Solução.

Forças no bloco:



(a) A condição para que o bloco escorregue é que o seu peso (P) seja maior do que a força de atrito estático (f_e). Forças em x:

$$\sum F_x = 0$$

$$F - N = 0$$

$$F = N \qquad (1)$$

Força de atrito estático:

$$f_e \leq \mu_e N \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$f_e \leq \mu_e F = 0,60.(53 \text{ N})$$

$$f_e \leq 31,8 \text{ N}$$

Este resultado significa que f_e pode suportar um bloco de até 31,8 N de peso. Como o peso do bloco é menor do que esse limite máximo, o bloco não desliza.

(b) A força exercida pela parede (F_P) sobre o bloco tem duas componentes. A componente horizontal é a força normal e a vertical é a força de atrito. Ou seja:

$$\mathbf{F_P} = N\mathbf{i} + f_e\mathbf{j}$$

De acordo com o esquema acima e os valores dados no enunciado, temos:

$$\boxed{\mathbf{F_P} = (-53 \text{ N})\mathbf{i} + (22 \text{ N})\mathbf{j}}$$

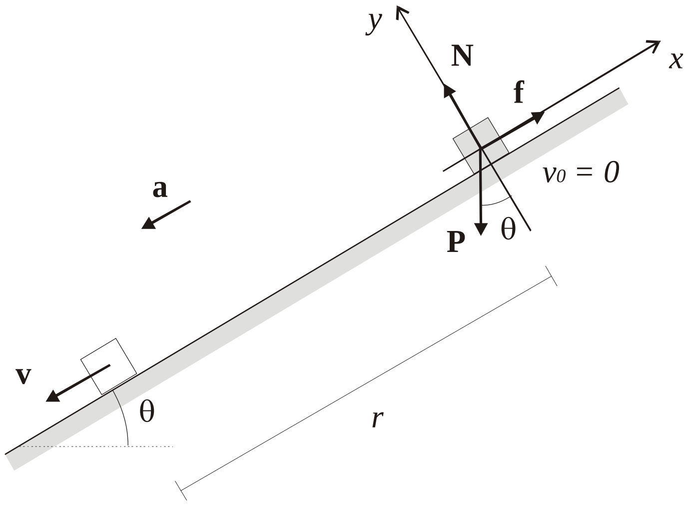
[Início]

12. Um estudante quer determinar os coeficientes de atrito estático e atrito cinético entre uma caixa e uma prancha. Ele coloca a caixa sobre a prancha e gradualmente levanta um dos extremos da prancha. Quando o ângulo de inclinação com a horizontal alcança 28,0°, a caixa começa a deslizar, descendo 2,53 m ao longo da prancha em 3,92 s. Ache os coeficientes de atrito.

(**Pág. 116**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



No momento em que a prancha está na iminência de deslizar, a caixa ainda está em equilíbrio. Nessas condições age sobre a caixa, além do peso (P) e da normal (N), a força de atrito estática (f_s). Forças em y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - P\cos\theta = 0$$

$$N = P\cos\theta \qquad (1)$$

Forças em x:

$$\sum F_x = 0$$

$$f_s - P\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$\mu_s N = P\,\text{sen}\,\theta \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$\mu_s P\cos\theta = P\,\text{sen}\,\theta$$

$$\mu_s = \tan\theta = 0{,}5317\cdots$$

$$\boxed{\mu_s \approx 0{,}532}$$

No momento em que o corpo desliza sobre a prancha, a força de atrito é do tipo cinético (f_k). Forças em x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$f_k - P\,\text{sen}\,\theta = ma$$

$$\mu_k N - mg\,\text{sen}\,\theta = ma \qquad (3)$$

Substituindo-se (1) em (3):

$$\mu_k mg\cos\theta - mg\,\text{sen}\,\theta = ma$$

$$a = \mu_k g \cos\theta - g \,\mathrm{sen}\,\theta \tag{4}$$

Análise do movimento ao longo da prancha (coordenada *x*):

$$x - x_0 = v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$-r - 0 = 0 + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = -\frac{2r}{t^2} \tag{5}$$

Igualando-se (4) e (5):

$$\mu_k g \cos\theta - g \,\mathrm{sen}\,\theta = -\frac{2r}{t^2}$$

$$\mu_k = \tan\theta - \frac{2r}{gt^2 \cos\theta} = 0,49369\cdots$$

$$\boxed{\mu_k \approx 0,494}$$

[Início]

13. Um trabalhador quer empilhar areia em uma área circular em seu quintal. O raio do círculo é *R*. Nenhuma areia deve sair para fora da área determinada; veja a Fig. 28. Mostre que o volume máximo de areia que pode ser estocado dessa maneira é $\pi\mu_e R^3/3$, onde μ_e é é o coeficiente de atrito estático da areia com a areia. (O volume do cone é *Ah*/3, onde *A* é a área da base e *h* é a altura.)

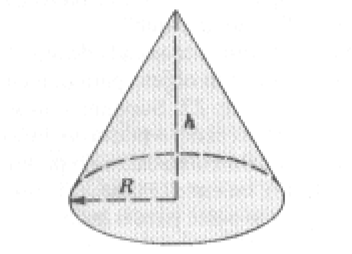
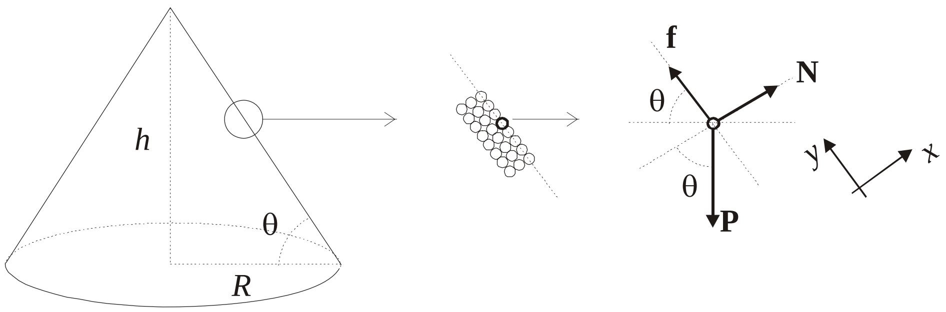


Fig. 28 Problema 13.

(Pág. 116)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



O volume do monte cônico é dado por:

$$V = \frac{Ah}{3} = \frac{\pi R^2 h}{3} \qquad (1)$$

Pelo esquema acima, vemos que:

$$h = R \tan\theta \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$V = \frac{\pi R^3 \tan\theta}{3} \qquad (3)$$

Vamos analisar a dinâmica de um grão de areia em particular. Forças em *x*:

$$\sum F_x = 0$$

$$N - P\cos\theta = 0$$

$$N - mg\cos\theta \qquad (4)$$

Forças em *y*:

$$\sum F_y = 0$$

$$f - P\,\mathrm{sen}\,\theta = 0$$

$$\mu_e N = mg\,\mathrm{sen}\,\theta \qquad (5)$$

Substituindo-se (4) em (5):

$$\mu_e = \tan\theta \qquad (6)$$

Substituindo-se (6) em (3):

$$\boxed{V = \frac{\pi R^3 \mu_e}{3}}$$

[Início]

20. O cabo de um escovão de massa *m* faz um ângulo θ com a vertical; veja a Fig. 31. Seja μ_c o coeficiente de atrito cinético entre o escovão e o assoalho e μ_e o coeficiente de atrito estático. Despreze a massa do cabo. (a) Ache o módulo da força *F*, dirigida ao longo do cabo, necessária para fazer com que o escovão deslize com velocidade uniforme sobre o assoalho. (b) Mostre que se θ for menor do que um certo ângulo, θ_0, o escovão não poderá deslizar sobre o assoalho, por maior que seja a força aplicada ao longo do cabo. Qual é o ângulo θ_0?

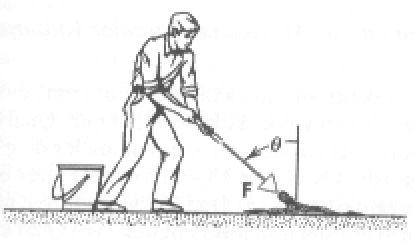
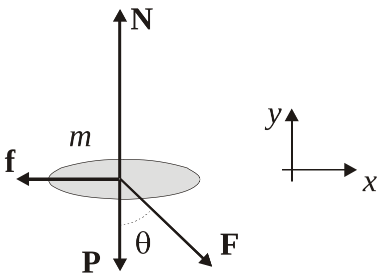


Fig. 31 Problema 20.

(Pág. 117)

Solução.

Forças no escovão:



(a) No movimento com velocidade constante, a força resultante sobre o escovão é nula. Forças em y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - P - F\cos\theta = 0$$

$$N = mg + F\cos\theta \qquad (1)$$

Forças em x:

$$\sum F_x = 0$$

$$F\,\mathrm{sen}\,\theta - f_c = F\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_c N = 0 \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$F\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_c mg - \mu_c F\cos\theta = 0$$

$$\boxed{F = \frac{\mu_c mg}{\mathrm{sen}\,\theta - \mu_c\cos\theta}}$$

(b) Na situação de repouso do escovão, a força de atrito é estática. A força que age no escovão é idêntica à do item (a), substituindo-se μ_c por μ_e.

$$F = \frac{\mu_e mg}{\mathrm{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta}$$

A condição para que a força F seja infinita e ainda assim o sistema permanecer em repouso é:

$$\mathrm{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta = 0$$

$$\tan\theta_0 = \mu_e$$

$$\boxed{\theta_0 = \tan^{-1}\mu_e}$$

[Início]

24. O bloco B na Fig. 33 pesa 712 N. O coeficiente de atrito estático entre o bloco B e a mesa é 0,25. Encontre o peso máximo do bloco A para o qual o sistema permanecerá em equilíbrio.

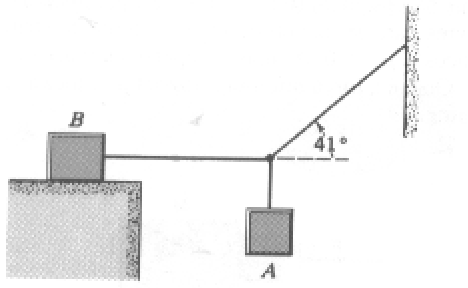
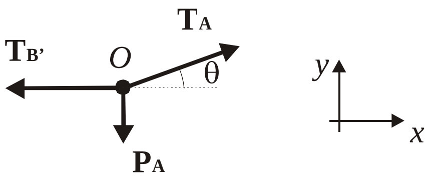


Fig. 33 Problema 24.

(**Pág. 117**)

Solução.

Como o sistema está em equilíbrio, o ponto onde os três cabos se encontram (ponto *O*) também está em equilíbrio. Diagrama das forças nesse ponto:



Forças em *y* no ponto *O*:

$$\sum F_y = 0$$

$$T_A \operatorname{sen}\theta - P_A = 0$$

$$T_A = \frac{P_A}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (1)$$

Forças em *x* no ponto *O*:

$$\sum F_x = 0$$

$$T_A \cos\theta - T_{B'} = 0$$

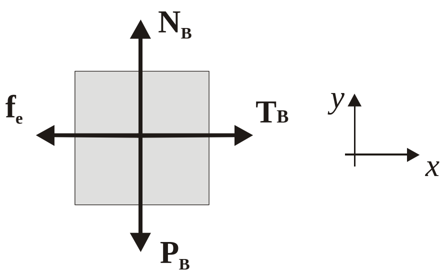
Como $T_{B'} = T_B$ (par ação-reação):

$$T_B = T_A \cos\theta \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$T_B = \frac{P_A}{\tan\theta} \qquad (3)$$

Forças no bloco *B*:



Forças em *y* no bloco *B*:

$$N_B - P_B = 0$$

$$N_B = P_B \qquad (4)$$

Forças em x no bloco B:

$$T_B - f_e = 0$$

$$T_B = f_e = \mu_e N_B \qquad (5)$$

Substituindo-se (4) em (5):

$$T_B = \mu_e P_B \qquad (6)$$

Substituindo-se (3) em (6):

$$P_A = \mu_e P_B \tan\theta = 154,733\cdots \text{ N}$$

$$\boxed{P_A \approx 1,5\times10^2 \text{ N}}$$

[Início]

27. Um bloco desliza para baixo de uma calha de ângulo reto inclinada, como na Fig. 36. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o material da calha é μ_c. Ache a aceleração do bloco.

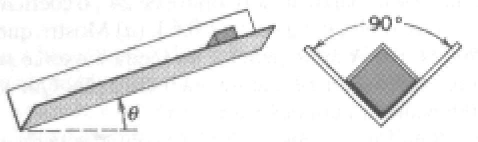


Fig. 36 Problema 27.

(Pág. 118)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:

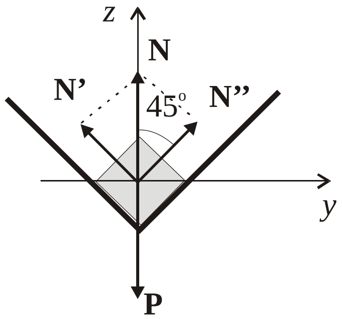
Forças em z:

$$\sum F_z = 0$$

$$N - P\cos\theta = 0$$

$$N = mg\cos\theta \qquad (1)$$

Devemos considerar a força de atrito cinética total (f_k) como sendo a soma de duas forças de atrito (f_k' e f_k''), cada uma surgindo a partir da interação entre a caixa e a calha na direção x.



$$f_k = f_k' + f_k'' = \mu_k N' + \mu_k N'' = 2\mu_k N\cos 45^\circ$$

$$f_k = \sqrt{2}\mu_k N \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$f_k = \sqrt{2}\mu_k mg\cos\theta \qquad (3)$$

Forças em x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$P\,\text{sen}\,\theta - f_k = ma \qquad (4)$$

Substituindo-se (3) em (4):

$$mg\,\text{sen}\,\theta - \sqrt{2}\mu_k mg\cos\theta = ma$$

$$\boxed{a = g\left(\text{sen}\,\theta - \sqrt{2}\mu_k\cos\theta\right)}$$

Este resultado indica que a aceleração será zero (condição de equilíbrio estático, na iminência de deslizar na calha) quando:

$$\text{sen}\,\theta = \sqrt{2}\mu_s\cos\theta$$

$$\mu_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\tan\theta$$

Este resultado difere da situação de uma caixa na iminência de deslizar sobre uma superfície inclinada:

$$\mu_s = \tan\theta$$

[Início]

28. Os dois blocos, m = 16 kg e M = 88 kg, mostrados na Fig. 37 estão livres para se moverem. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é μ_e = 0,38, mas a superfície abaixo de M é lisa, sem atrito. Qual é a força mínima horizontal F necessária para segurar m contra M?

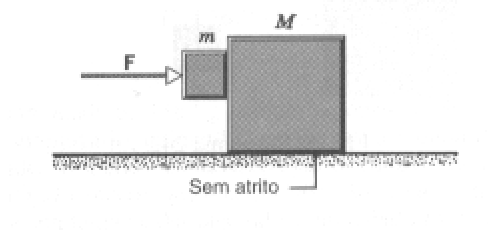
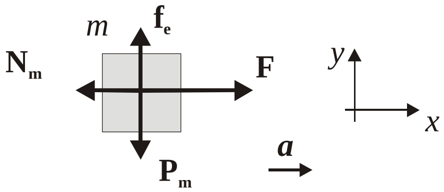


Fig. 37 Problema 28.

(**Pág. 118**)

Solução.

Para segurar m contra M, a condição necessária é que o módulo da força de atrito que M exerce em m para cima seja igual ao módulo do peso de m. Forças no bloco m:



Forças em x no bloco m:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$F - N_m = ma$$

$$F = ma + N_m \qquad (1)$$

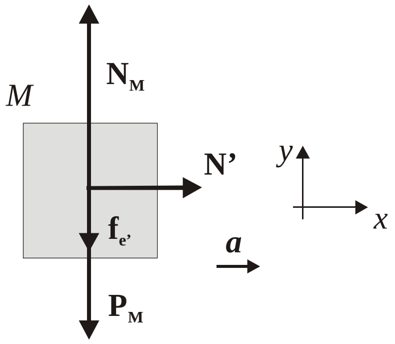
Forças em y no bloco m:

$$\sum F_y = 0$$

$$P_m - f_e = mg - \mu_e N_m = 0$$

$$N_m = \frac{mg}{\mu_e} \qquad (2)$$

Forças no bloco M:



Forças em x no bloco M:

$$N'_m = Ma$$

Como $N = N’$ (par ação-reação):

$$a = \frac{N}{M} \qquad (3)$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1):

$$F = m\frac{mg}{M\mu_e} + \frac{mg}{\mu_e} = \frac{mg}{\mu_e}\left(\frac{m}{M} + 1\right) = 488{,}15311\cdots \text{N}$$

$$\boxed{F \approx 4{,}9\times 10^2 \text{ N}}$$

[Início]

30. Um bloco de 4,40 kg é colocado sobre um outro de 5,50 kg. Para que o bloco de cima escorregue sobre o de baixo, mantido fixo, uma força horizontal de 12,0 N deve ser aplicada ao bloco de cima. O conjunto dos blocos é agora colocado sobre uma mesa horizontal sem atrito; veja a Fig. 39. Encontre (a) a força máxima horizontal F que pode ser aplicada ao bloco inferior para que os blocos se movam juntos, (b) a aceleração resultante dos blocos, e (c) o coeficiente de atrito estático entre os blocos.

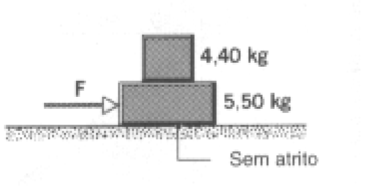


Fig. 39 Problema 30.

(Pág. 118)

Solução.

[Início]

31. Uma laje de 42 kg repousa sobre um assoalho sem atrito. Um bloco de 9,7 kg repousa sobre a laje, como na Fig. 40. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a laje é 0,53, enquanto o coeficiente de atrito cinético é 0,38. O bloco de 9,7 kg sofre a ação de uma força horizontal de 110 N. Qual é a aceleração resultante (a) do bloco e (b) da laje?

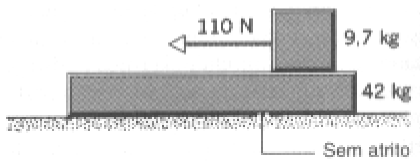


Fig. 40 Problema 31.

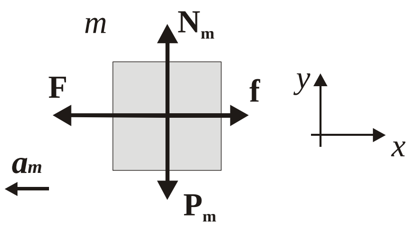
(**Pág. 118**)

Solução.

Em primeiro lugar temos que verificar se haverá deslizamento entre o bloco e a laje. Isso ocorrerá se o módulo da força horizontal que atua no bloco (F) for maior do que o módulo da força de atrito estática entre o bloco e a laje (f_s). Verificação:

$$f_s = \mu_s N_m = \mu_s P_m = \mu_s mg \approx 50 \text{ N}$$

Como F = 110 N, o bloco deslizará sobre a laje, sendo f a força de atrito cinético. Forças sobre o bloco:



Forças em y sobre o bloco:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_m - P_m = 0$$

$$N_m = mg \qquad (1)$$

Forças em x sobre o bloco:

$$\sum F_x = 0$$

$$f - F = ma_m$$

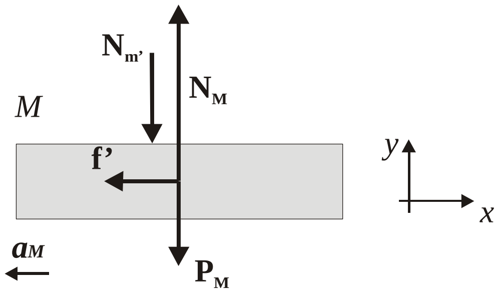
$$\mu_c N_m - F = ma_m \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2) e resolvendo-se para a_m:

$$a_m = \mu_c g - \frac{F}{m} = -7,6124\cdots \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a_m \approx -7,6 \text{ m/s}^2}$$

Forças sobre a laje:



Forças em x sobre a laje:

$$-f' = Ma_M$$

Como $f = f'$ (par ação-reação):

$$a_M = -\frac{f}{M} = -\frac{\mu_c N_m}{M} = -\frac{\mu_c mg}{M} = -0,86094\cdots \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a_M \approx -0,86 \text{ m/s}^2}$$

[Início]

40. Um disco de massa m sobre uma mesa sem atrito está ligado a um cilindro de massa M suspenso por uma corda que passa através de um orifício da mesa (veja a Fig. 42). Encontre a velocidade com a qual o disco deve se mover em um círculo de raio r para que o cilindro permaneça em repouso.

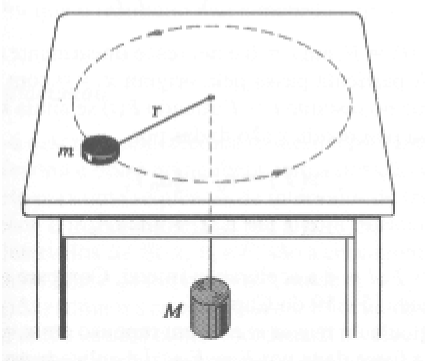


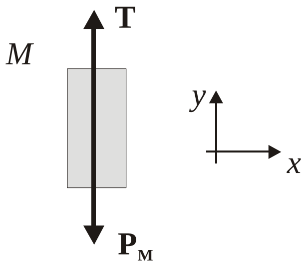
Fig. 42 Problema 40.

(Pág. 119)

Solução.

O cilindro permanecerá em repouso se a tensão na corda que o sustenta for igual ao seu peso.

Forças no cilindro:

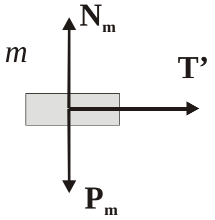


$$\sum F_y = 0$$

$$T - P_M = 0$$

$$T = Mg \qquad (1)$$

Forças no disco:



$$\sum F_x = ma_x$$

$$T' = F_c \qquad (2)$$

Na Eq. (2) F_c é a força centrípeta responsável pelo movimento circular do disco e $T' = T$ (par ação-reação).

$$T = \frac{mv^2}{r} \qquad (3)$$

Substituindo-se (1) em (3):

$$Mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{Mgr}{m}}}$$

[Início]

47. Um avião está voando em uma trajetória circular horizontal à velocidade de 482 km/h. As asas do avião estão inclinadas de $38{,}2^{\circ}$ com a horizontal; veja a Fig,. 44. Encontre o raio do círculo no qual o avião está voando. Suponha que a força centrípeta seja totalmente fornecida pela força de sustentação perpendicular à superfície da asa.

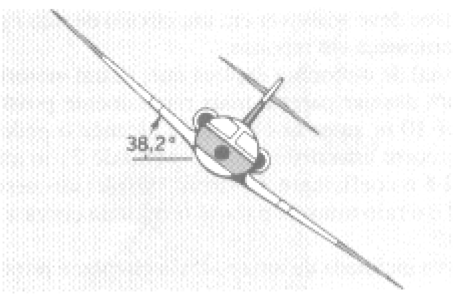
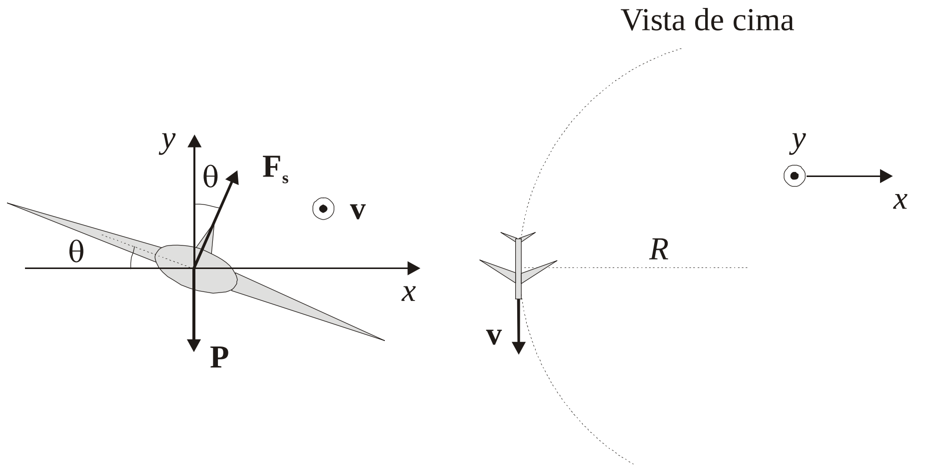


Fig. 44 Problema 47.

(Pág. 119)

Solução.

Como o avião descreve uma trajetória circular, está sujeito a uma força centrípeta (**F**$_c$). Esta é a componente radial da força de sustentação do ar (**F**$_s$). A força peso do avião (**P**) não contribui para **F**$_c$ pois é ortogonal à direção radial. Considere o seguinte esquema:



Forças em x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$F_s \operatorname{sen}\theta = F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv^2}{F_s \operatorname{sen}\theta} \qquad (1)$$

Forças em y:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_s \cos\theta - P = 0$$

$$F_s = \frac{mg}{\cos\theta} \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$R = \frac{mv^2}{\frac{mg}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta} = \frac{v^2}{g\tan\theta} = 2.322,1387\cdots\text{m}$$

$$\boxed{R \approx 2,32\text{ km}}$$

[Início]

52. Uma bola de 1,34 kg está presa a uma haste rígida vertical por meio de dois fios sem massa, de 1,70 m de comprimento cada. Os fios estão presos à haste em pontos separados de 1,70 m. O conjunto está girando em volta do eixo da haste, com os dois fios esticados formando um triângulo eqüilátero com a haste, como mostra a Fig. 45. A tensão no fio superior é 35,0 N. (a) Encontre a tensão no fio inferior. (b) Calcule a força resultante na bola, no instante mostrado na figura. (c) Qual é a velocidade da bola?

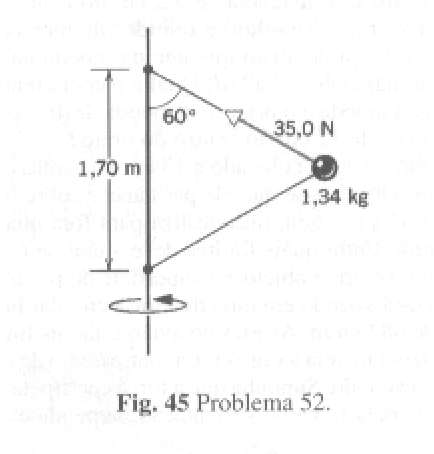
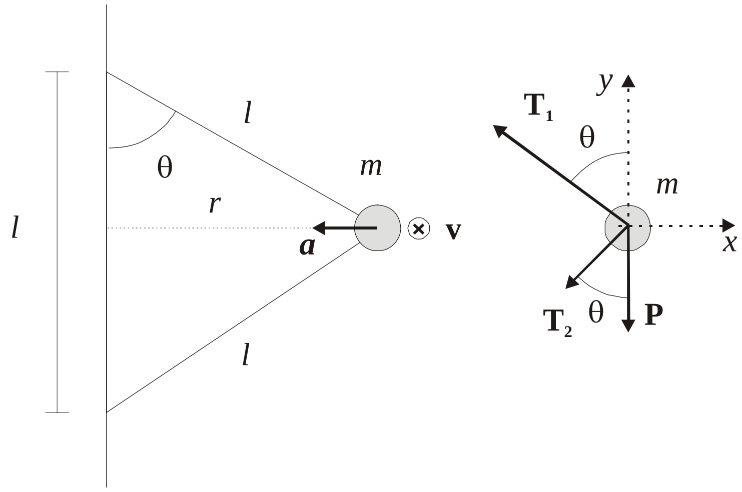


Fig. 45 Problema 52.

(**Pág. 120**)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



(a) Forças na bola em *y*:

$$\sum F_y = 0$$

$$T_1 \cos\theta - T_2 \cos\theta - P = 0$$

$$T_2 = T_1 - \frac{mg}{\cos\theta} = 8,7092\cdots \text{ N}$$

$$\boxed{T_2 \approx 8,7 \text{ N}}$$

(b) A força resultante (**R**) que atua na bola vale:

$$\mathbf{R} = \mathbf{T_1} + \mathbf{T_2} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{R} = \left(-T_1 \operatorname{sen}\theta\mathbf{i} + T_1 \cos\theta\mathbf{j}\right) + \left(-T_2 \operatorname{sen}\theta\mathbf{i} - T_2 \cos\theta\mathbf{j}\right) + \left(-mg\mathbf{j}\right)$$

$$\mathbf{R} = -\left(T_1 + T_2\right)\operatorname{sen}\theta\mathbf{i} + \left[\left(T_1 - T_2\right)\cos\theta - mg\right]\mathbf{j} \quad (1)$$

$$\mathbf{R} = -\left(37,8532\cdots \text{N}\right)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} \quad (2)$$

$$\boxed{\mathbf{R} \approx -\left(38 \text{ N}\right)\mathbf{i}}$$

(c) A resultante calculada no item (b) é a força centrípeta do movimento circular da bola em torno do eixo. Logo:

$$F_c = R = \frac{mv^2}{r} \tag{3}$$

A comparação das equações (1) e (2) nos dá o módulo de R:

$$R = (T_1 + T_2)\operatorname{sen}\theta \tag{4}$$

Substituindo-se (4) em (3):

$$(T_1 + T_2)\operatorname{sen}\theta = \frac{mv^2}{r} = \frac{mv^2}{l\operatorname{sen}\theta}$$

$$v = \operatorname{sen}\theta\sqrt{\frac{(T_1 + T_2)l}{m}} = 6,4489\cdots\text{ m/s}$$

$$\boxed{v \approx 6,4\,\text{m/s}}$$

[Início]

53. Um cubo muito pequeno de massa m é colocado dentro de um funil (veja a Fig. 46) que gira em torno de um eixo vertical à taxa constante de v revoluções por segundo. A parede do funil forma um ângulo θ com a horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o cubo e o funil é μ_c e o centro do cubo está à distância r do eixo de rotação. Encontre (a) o maior valor e (b) o menor valor de v para o qual o cubo não se moverá em relação ao funil.

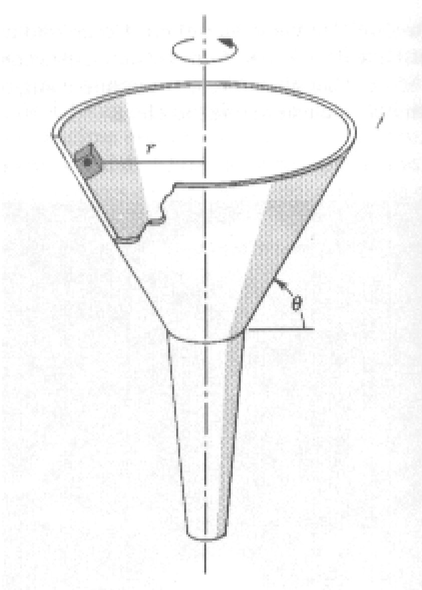
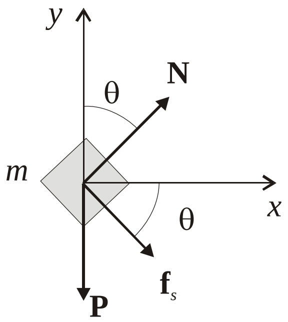


Fig. 46 Problema 53.

(Pág. 120)

Solução.

(a) Na situação em que o corpo está na iminência de subir a parede do funil observa-se o seguinte esquema de forças sobre o bloco:



Embora tenhamos $f_s \le \mu_s N$, na condição limite de o bloco subir pela parede do funil isso implica em:

$$f_s = \mu_s N$$

Forças sobre o bloco que atuam na coordenada y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_y - P_y - f_{sy} = 0$$

Embora a força de atrito cinética seja definida como $f_s \le \mu_s N$, na condição de iminência de o bloco subir pela parede do funil isso implica em:

$$f_s = \mu_s N$$

Logo:

$$N\cos\theta - mg - \mu_s N \,\mathrm{sen}\,\theta = 0$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_s \,\mathrm{sen}\,\theta} \qquad (1)$$

Forças sobre o bloco que atuam na direção radial (coordenada x), onde F_c é a força centrípeta (força resultante na direção radial):

$$\sum F_x = 0$$

$$P_x + N_x + f_{sx} = F_c$$

$$0 + N\,\mathrm{sen}\,\theta + \mu_s N\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{r}{m} N\left(\mathrm{sen}\,\theta + \mu_s \cos\theta\right) \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$v^2 = \frac{r}{m}\frac{mg}{\left(\cos\theta - \mu_s \,\mathrm{sen}\,\theta\right)}\left(\mathrm{sen}\,\theta + \mu_s \cos\theta\right)$$

$$v^2 = rg\,\frac{\mathrm{sen}\,\theta + \mu_s \cos\theta}{\cos\theta - \mu_s \,\mathrm{sen}\,\theta} \qquad (3)$$

Para converter v de m/s para rev/s (v_{rps}), usaremos a seguinte identidade:

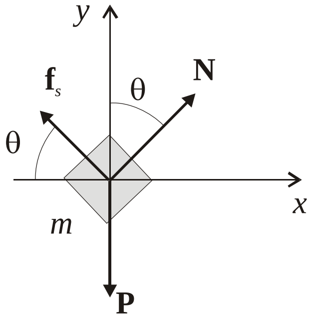
$$v_{rps} = \frac{v}{2\pi r} \qquad (4)$$

Substituindo-se v de (4) em (3):

$$4\pi^2 r^2 v_{rps}^2 = rg\,\frac{\tan\theta + \mu_s}{\tan\theta - \mu_s}$$

$$v_{rps} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}\frac{\tan\theta + \mu_s}{\tan\theta - \mu_s}}$$

(b) Quando o bloco está na iminência de descer a parede do funil, vale o seguinte esquema de forças:



O desenvolvimento da solução é idêntico ao do item (a).

[Início]

54. Devido à rotação da Terra, um fio de prumo pode não pender exatamente ao longo da direção da força gravitacional que a Terra exerce no próprio fio, mas pode desviar ligeiramente dessa direção. (a) Mostre que o ângulo de desvio θ (em radianos), em um ponto de latitude L, é dado por

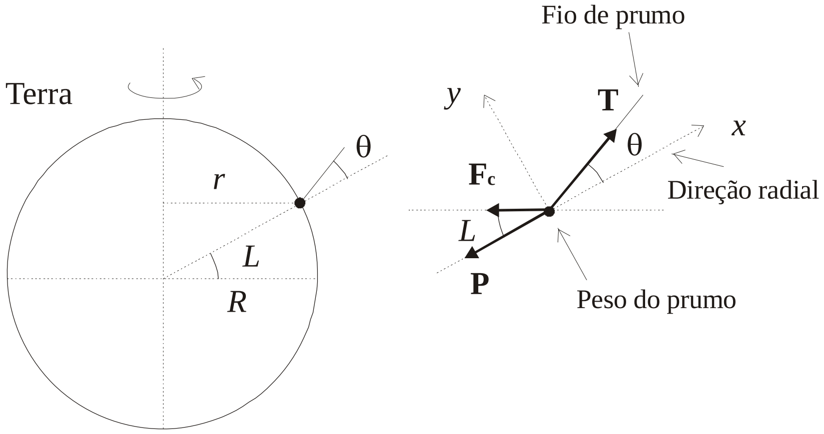
$$\theta = \left(\frac{2\pi^2 R}{gT^2}\right)\text{sen}\,2L\,,$$

onde R é o raio e T é o período de rotação da Terra. (b) Em que latitude esse desvio é máximo? De quanto é esse desvio? (c) Qual é o desvio nos pólos? E no equador?

(**Pág. 120**)

Solução.

Considere o esquema a seguir:



À medida que a Terra gira em torno de seu eixo o peso do prumo descreve uma trajetória circular de raio $r = R$ cos L e, portanto, está sujeito a uma força centrípeta ($\mathbf{F_c}$) que é a resultante das forças peso do prumo (**P**) e tensão no fio do prumo (**T**) na direção radial. Vamos aplicar a segunda lei de Newton ao prumo. Em x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$T\cos\theta - mg = F_c \cos L \qquad (1)$$

Em y:

$$\sum F_y = ma_y$$

$$T \operatorname{sen}\theta = F_c \operatorname{sen} L$$

$$T = \frac{F_c \operatorname{sen} L}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$\frac{F_c \operatorname{sen} L}{\operatorname{sen}\theta}\cos\theta - mg = F_c \cos L$$

$$\frac{\operatorname{sen} L}{\tan\theta} = \cos L + \frac{mg}{F_c} \qquad (3)$$

A força centrípeta do movimento circular do prumo vale:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{R\cos L} = \frac{m4\pi^2R^2\cos^2 L}{R\cos LT^2} = \frac{4\pi^2 mR\cos L}{T^2} \qquad (4)$$

Substituindo-se (4) em (3):

$$\frac{\operatorname{sen} L}{\tan\theta} = \cos L + mg\frac{T^2}{4\pi^2 mR\cos L}$$

$$\tan\theta = \frac{\operatorname{sen} L}{\cos L + \frac{gT^2}{4\pi^2 R\cos L}}\left(\times\frac{2\cos L}{2\cos L}\right)$$

$$\tan\theta = \frac{\operatorname{sen}(2L)}{2\cos^2 L + \frac{gT^2}{2\pi^2 R}} \qquad (5)$$

O termo $gT^2/2\pi^2R \approx 580$, enquanto que 2 $\cos^2 L$ vale no máximo 2. Portanto, com boa aproximação podemos dizer que:

$$2\cos^2 L + \frac{gT^2}{2\pi^2 R} \approx \frac{gT^2}{2\pi^2 R}$$

Também considerando-se que θ é um ângulo pequeno, podemos dizer que $\tan\theta \approx \theta$. Logo, com essas aproximações a Eq. (5) transforma-se em:

$$\boxed{\theta \approx \frac{2\pi^2 R}{gT^2}\operatorname{sen}(2L)} \qquad (6)$$

(b) Como conhecemos a função $\theta = f(L)$, para determinar o valor de L que maximiza θ devemos igualar a zero a derivada de θ em relação a L. Ou seja:

$$\frac{d\theta}{dL} = \frac{2\pi^2 R}{gT^2}2\cos(2L) = 0$$

$$\cos(2L) = 0$$

$$2L = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{L = \frac{\pi}{4} = 45^\circ}$$

Verificação da concavidade da função em $L = \pi/4$:

$$\frac{d^2\theta}{dL^2} = \frac{4\pi^2 R}{gT^2}(-2)\operatorname{sen}(2L) = -\frac{8\pi^2 R}{gT^2}\operatorname{sen}(2L)$$

Para $L = \pi/4$, sen $(2L)$ = sen $(\pi/2)=1$. Logo:

$$\frac{d^2\theta}{dL^2} = -\frac{8\pi^2 R}{gT^2} < 0$$

Como $d^2\theta/dL^2 < 0$ implica em concavidade para baixo, $L = \pi/4$ é um ponto de máximo da função $\theta = f(L)$.

(c) Nos pólos temos $L = 90^o = \pi$ rad. Logo, de acordo com (6) $\theta = 0$. No equador temos $L = 0^o = 0$ rad. Logo, de acordo com (6) $\theta = 0$.

[Início]

55. A posição de uma partícula de massa 2,17 kg que desloca em linha reta é dada por

$$x = 0{,}179t^4 - 2{,}08t^2 + 17{,}1,$$

onde x é dado em metros e t em segundos. Encontre (a) a velocidade, (b) a aceleração e (c) a força na partícula no instante $t = 7{,}18$ s.

(**Pág. 120**)

Solução.

(a)

$$v_{(t)} = \frac{dx_{(t)}}{dx} = 4at^3 + 2bt$$

Para $t = 7{,}18$ s:

$$v_{(7{,}18\text{ s})} = 235{,}1559\cdots\text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{(7{,}18\text{ s})} \approx 235\text{ m/s}}$$

(b)

$$a_{(t)} = \frac{dv_{(t)}}{dx} = 12at^2 + 2b$$

Para $t = 7{,}18$ s:

$$a_{(7{,}18\text{ s})} = 106{,}5745\cdots\text{ m/s}^2$$

$$\boxed{a_{(7{,}18\text{ s})} \approx 107\text{ m/s}^2}$$

(c)

$$F_{(t)} = ma_{(t)}$$

$$F_{(7{,}18\text{ s})} = ma_{(7{,}18\text{ s})} = 231{,}2667\cdots\text{ N}$$

$$\boxed{F_{(7{,}18\text{ s})} \approx 231\text{ N}}$$

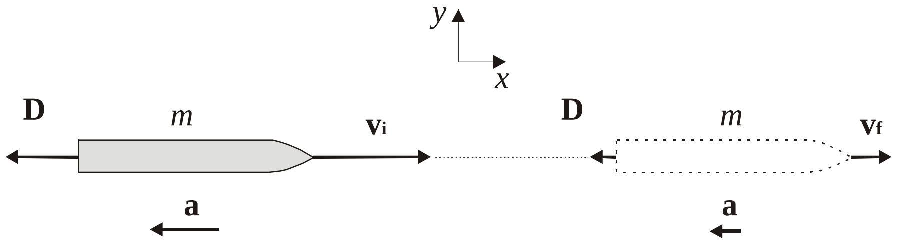
[Início]

65. Uma barcaça de canal, de massa *m*, está viajando com velocidade v_i quando seu motor pára. A força de arrasto *D* com a água é dada por *D* = *bv*. (a) Encontre uma expressão para o tempo necessário para que a barcaça reduza a sua velocidade até v_f. (b) Calcule numericamente o tempo para que uma barcaça de 970 kg, navegando inicialmente a 32 km/h, reduza a sua velocidade para 8,3 km/h; o valor de *b* é 68 N.s/m.

(**Pág. 121**)

Solução.

Considere o esquema da situação a seguir:



(a) O movimento da barcaça é retardado por uma aceleração variável, pois a força de arrasto da água de pende da velocidade do barco. Aplicando-se a segunda lei de Newton ao barco, na coordenada *x*:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$-bv = m\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}dt$$

$$\int_{v_i}^{v_f}\frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}\int_0^t dt$$

$$\ln\frac{v_f}{v_i} = -\frac{b}{m}t$$

$$\boxed{t = -\frac{m}{b}\ln\frac{v_f}{v_i}} \qquad (1)$$

(b) Substituindo-se os valores numéricos em (1) obtém-se:

$$t = 19,2499\cdots\text{s}$$

$$\boxed{t \approx 19 \text{ s}}$$

[Início]